

Equazioni fratte

Procedimento per risolvere le equazioni fratte:

1. Scomporre (fattorizzare) i denominatori;
2. Scrivere le **condizioni di esistenza**. I **denominatori** devono essere imposti **diversi da zero**;
3. Portare tutto a sinistra, scrivere i numeratori tra parentesi tonde o quadre se impegnativi, altrimenti ti confondi quando moltiplichi;
4. **Denominatore comune** (massimi gradi tutti comuni e non comuni) e successivamente cancellare il denominatore;
5. **Risolvere** l'equazione a numeratore;
6. **Confrontare** i **risultati** ottenuti con le **condizioni di esistenza**.

Esercizi: equazioni fratte di secondo grado:

- $\frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 5x + 6} + \frac{x + 3}{x - 2} = \frac{x + 2}{x - 3}$ [0;2 non accettabile]
- $\frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x + 2} = \frac{5 - x^2}{x^2 - x - 6}$ [1;-4]
- $\frac{2 + x}{x^2 - 2x - 3} + \frac{3x}{(x - 2)(x^2 - 2x - 3)} = \frac{1 + 2x}{x^2 - 5x + 6}$ [impossibile]
- $\frac{2x - 3}{x + 2} + \frac{x + 2}{1 - x} = \frac{2x(1 - x) - 9}{x^2 + x + 2}$ [$\frac{8}{3}$;1 non accettabile]
- $\frac{10 - 2x}{3 - 3x} + \frac{4 - 3x}{1 - 2x} = \frac{1}{3} + \frac{x^2 - 40x + 31}{3(2x^2 - 3x + 1)}$ [-1;+1 non accettabile]

Sistemi da risolvere con metodo grafico e con sostituzione

Metodo grafico:

1. **Isolare la y** a sinistra e il resto a destra per entrambe le equazioni del sistema;
2. **Disegnare le due rette** relative alle due equazioni. Per disegnare la retta si fa il seguente schema:

x	y

In questa tabella scegliamo due numeri (x) facili e calcoliamo la y sostituendola all'interno della relativa equazione.

3. Una volta disegnate entrambe le rette si determina il punto di intersezione; da notare che un sistema può essere:
 - a. **Possibile**: esiste un punto di intersezione;
 - b. **Impossibile**: non esiste un punto di intersezione, ovvero le rette sono parallele (con il metodo di sostituzione ti verrà una cosa del tipo : $0 = 0$ oppure $2 = 2$, comunque sempre vera);
 - c. **Indeterminato**: tutti i punti che stanno sulla retta risolvono il sistema, ovvero le rette sono incidenti. (con il metodo di sostituzione ti verrà una cosa del tipo : $0 = 2$, comunque sempre falsa);

Metodo di sostituzione:

1. **Isolare la y** a sinistra e il resto a destra per entrambe le equazioni del sistema;
2. **Sostituire** la l'espressione della y ottenuta da una equazione e sostituirla all'interno dell'altra equazione;
3. Calcolare il valore della **x**;
4. Sostituire all'interno di una equazione il valore della x per ottenere la **y**.

Alla fine si **verifica** che la soluzione ottenuta con il metodo di sostituzione sia uguale a quello grafico, altrimenti vi è un errore da qualche parte, oppure è necessario sistemare il grafico.

Esercizi: Risolvere i seguenti sistemi sia con il metodo grafico che con il metodo di sostituzione:

- $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 9 \end{cases} \quad [(6;3)]$
- $\begin{cases} -2x + y = 0 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases} \quad [(1;2)]$
- $\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \quad [(16;5)]$
- $\begin{cases} 5x + y = 20 \\ 5x + 7y = 20 \end{cases} \quad [(4;0)]$
- $\begin{cases} 2y - 5 = -2x - 6 + y \\ 2(x - 1) = 3(1 - 2y) + 19 \end{cases} \quad [(-3;5)]$

Intervalli

intervalli limitati			intervalli illimitati		
rappresentazione grafica	rappresentazione insiemistica	rappresentazione algebrica	rappresentazione grafica	rappresentazione insiemistica	rappresentazione algebrica
	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$		$[a, +\infty[$	$x \geq a$
	$]a, b[$	$a < x < b$		$] -\infty, b]$	$x \leq b$
	$[a, b[$	$a \leq x < b$		$]a, +\infty[$	$x > a$
	$]a, b]$	$a < x \leq b$		$] -\infty, b[$	$x < b$
				$] -\infty, +\infty[$	$\forall x \in \mathbb{R}$

Esercizi: Riscrivi questi intervalli con il metodo delle parentesi quadre:

- $3 \leq x \leq 7$
- $-5 \leq x < 8$
- $x \geq 7$
- $3 \leq x < 7 \vee x \geq 9$
- $x \leq 1 \vee x \geq 7$
- $x < 2 \vee 4 \leq x \leq 7$

Disequazioni

Procedimento per risolvere le disequazioni fratte:

1. Scomporre (fattorizzare) i denominatori;
2. Portare tutto a sinistra, scrivere i numeratori tra parentesi tonde o quadre se impegnativi, altrimenti ti confondi quando moltiplichi;
3. **Denominatore comune** (massimi gradi tutti comuni e non comuni). Ricordarsi che **il denominatore nelle disequazioni non si cancella mai** (posso solo se è un numero);
4. Fattorizzare il numeratore;
5. Studiare il segno del numeratore e del denominatore, ricordandosi che il denominatore non può essere uguale a zero;
6. **Fare la tabella dei segni.**

Esercizi:

➤ $x(1-x)(1+4x) > 0$	$x < -\frac{1}{4}$ ∨ $0 < x < 1$
➤ $-(2x+5)(1-x) < 0$	$-\frac{5}{2} < x < 1$
➤ $\frac{x-3}{x+5} < 0$	$-5 < x < 3$
➤ $\frac{3x-2}{x} - 4 \leq 0$	$x \leq -2$ ∨ $x > 0$
➤ $\frac{(x-4)(x+2)}{x(x^2+1)} \geq 0$	$-2 \leq x < 0$ ∨ $x \geq 4$

Sistemi di Disequazioni

Procedimento per risolverli:

1. Risolvere ciascuna disequazione che compare nel sistema come visto fare sopra;
2. Fare lo **schema delle linee** per prendere l'intersezione delle soluzioni, ovvero le soluzioni comuni alle varie disequazioni del sistema.