INTEGRALI DI FUNZIONI PARI E DISPARI

- DISPARI

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$$ (DISPARI)

- PARI

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx.$$

METODO DI INTEGRAZIONE PER PARTI

$$\int f\cdot g'\,dx = f\cdot g - \int f'\cdot g\,dx.$$

SI RICAVA $\int \ln x$, $\int \arcsin x \; x$, $\int \operatorname{arctg}$, $\int \sin^2 \ldots$

FORMULE TRIGONOMETRICHE UTILI

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x.$$

$$\operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x.$$

METODO DI SOSTITUZIONE

→ RICORDATI DI RIPORTARE $dx = dy \cdot (a)$ ⚠

- SE SI DOMANDA LA PRIMITIVA DI $f(x)$ t.c. $F(0) = m$ ALLORA $C = \ldots$
  1. RISOLVERE LA PRIMITIVA (PER ESEMPIO CON SOSTITUZIONE)
  2. SOSTITUIRE E TORNARE IN x DOPO DI CHE SOSTITUIRE
  3. ISOLARE LA C.

→ SE SI USA SOSTITUZ. BIS. TORNARE IN x.

- **SOSTITUZIONI UTILI**

⇒ $t = \operatorname{tg}(x)$ e' utile per $f(\sin^2 x, \cos^2 x, \operatorname{tg} x, \sin x \cdot \cos x)$.

$$\sin^2 x = \frac{t^2}{1+t^2} \qquad \sin x = \frac{\pm t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{1+t^2} \qquad \cos x = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg} x}}.$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{t}{1+t^2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = t \\ x = \operatorname{arctg} t \\ dx = \frac{1}{1+x^2}\,dt. \end{array}}$$

⇒ $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = t$ e' utile per $f(\sin x, \cos x)$

FORMULE PARAMETRICHE: $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ $\qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

$$\boxed{\begin{array}{l} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t \\ x = 2\operatorname{arctg} t \\ dx = \frac{2}{1+t^2}\,dt. \end{array}}$$

Integrali

$$\int_a^b f(x)\,dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b) - F(a)$$

dove F e' primitiva di f.

$\int 1\,dx = x + c$	
$\int n \cdot x\,dx = n \int x\,dx$	
$\int f(x) + g(x)\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$	
$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	
$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + c$	
$\int e^{\alpha \cdot x} dx = \frac{e^{\alpha \cdot x}}{\alpha} + c$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$
$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$	$\int \sin(\alpha \cdot x) dx = \frac{-\cos(\alpha x)}{\alpha} + c$
$\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$	$\int \cos(\alpha \cdot x) dx = \frac{\sin(\alpha x)}{\alpha} + c$
$\int \frac{1}{x^2+1} dx = arctg(x) + c$	
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) + c$	
$\int f^n(x) f'(x) dx = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + c$	
$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln\lvert f(x)\rvert + c$ $\quad \forall f$ a valori in $\mathbb{R}\setminus\{0\}$	
$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$	
$\int f'(x) \sin[f(x)] dx = -\cos[f(x)] + c$	
$\int f'(x) \cos[f(x)] dx = \sin[f(x)] + c$	

$$\int \frac{F'(x)}{1+F^2(x)} dx = arctg\big(F(x)\big) + c.$$

$$\int \frac{F'(x)}{\cos^2(F(x))} dx = -\cot\big(F(x)\big) + c$$

$$\int \sinh\big(F(x)\big) \cdot F'(x)\,dx = \cosh\big(F(x)\big)$$

$$\int \cosh\big(F(x)\big) \cdot F'(x)\,dx = \sinh\big(F(x)\big).$$

$$\int \frac{F'(x)}{\sqrt{1-F^2(x)}} = \arcsin\big(F(x)\big).$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} = \tan x \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x} = -\cot x$$

$$\int \cosh x = \sinh \qquad \int \sinh = \cosh x$$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a}.$$

Vero $\forall a \neq 1$

$$\int a^{F(x)} \cdot F'(x)\,dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^{F(x)} + c$$