

GEOMETRIA GENERALE E RIPASSO GENERALE DELLE FIGURE PIANE

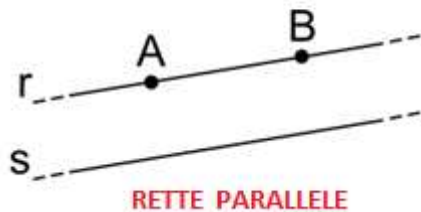
Enti geometrici fondamentali:

1. Il **punto**, il quale si indica con le lettere dell'alfabeto (A,B,C,D..). Ogni punto è **adimensionale**, cioè privo di qualsiasi dimensione (altezza, larghezza, spessore) ed ha solo lo scopo di individuare una posizione nello spazio.
2. La **retta**, la quale è definita come un **insieme finito di punti** che concorrono lungo una **stessa direzione**. Le rette si indicano con le ultime lettere minuscole dell'alfabeto (r,s,t..).
3. Il **piano**, il quale è definito come il luogo geometrico di punti dotato di un'estensione superficiale (non è dotato di altezza). Per identificare i piani vengono utilizzate le lettere greche ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$).



Postulati degli enti fondamentali:

- Un piano contiene infiniti punti e infinite rette;
- Una retta contiene infiniti punti
- Per due punti distinti passa una e una sola retta.



- Per un punto passano infinite rette, formando un fascio proprio di rette (Figura 1).
- Per una retta passano infiniti piani, i quali formano un fascio di piani (Figura 2).
- Per tre punti non allineati passa uno ed un solo piano (Figura 3).

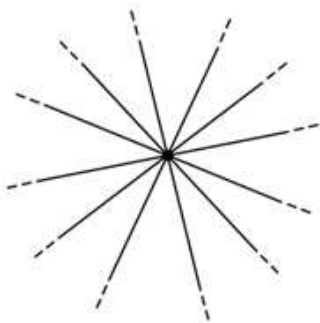


FIGURA 1

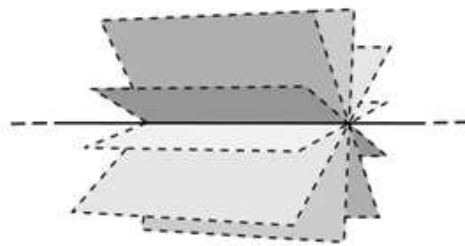


FIGURA 2

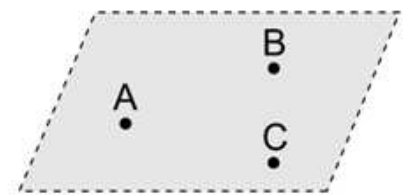
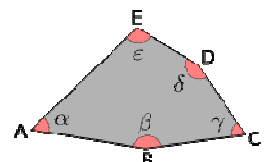


FIGURA 3

Poligono: figura geometrica piana delimitata da una linea spezzata chiusa. I segmenti che compongono la spezzata chiusa si dicono lati e i punti comuni a due lati si dicono vertici del poligono.

La somma degli angoli interni di un poligono è pari a tanti angoli piatti quanti sono i suoi lati, meno due: $180^\circ \times (l - 2)$.

Esempio relativo al poligono in figura: $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 180 \times (5 - 2) = 540^\circ$



CLASSIFICAZIONE DEI POLIGONI

N° lati	Nome
3	Triangolo
4	Quadrilatero
5	Pentagono
6	Esagono
7	Ettagono
8	Ottagono
9	Ennagono
10	Decagono
11	Endecagono
12	Dodecagono

Area: per area di una figura piana si intende la misura della sua **superficie**. L'unità di misura delle superfici è il metro quadrato (m^2) con i suoi multipli e sottomultipli.

Nome	Simbolo	= metri quadrati	
kilometro quadrato	km^2	1 000 000	10^6
ettometro quadrato	hm^2	10 000	10^4
decametro quadrato	dam^2	100	10^2
metro quadrato	m^2	1	10^0
decimetro quadrato	dm^2	0,01	10^{-2}
centimetro quadrato	cm^2	0,0001	10^{-4}
millimetro quadrato	mm^2	0,000001	10^{-6}

Perimetro: somma dei lati di una figura piana. Unità di misura il **metro** con i suoi multipli e sottomultipli.

Quadrato: poligono (quadrilatero) formato da quattro lati e quattro angoli congruenti, ciascuno con un'ampiezza di 90° .

PERIMETRO	$2p = 4 \times L$
AREA	$A = L^2$
DIAGONALE	$d = L\sqrt{2}$

Rettangolo: quadrilatero con i lati consecutivi perpendicolari tra loro.

PERIMETRO	$2p = 2b + 2h$
AREA	$A = b \times h$
DIAGONALE	$d = \sqrt{b^2 + h^2}$

Rombo: quadrilatero con i quattro lati congruenti.

PERIMETRO	$2p = 4 \times L$
AREA	$A = \frac{d_1 \times d_2}{2}$
DIAGONALE	$d = L\sqrt{2}$

Parallelogramma: poligono avente quattro lati paralleli a due a due.

PERIMETRO	$2p = 2 \times L + 2 \times b$
------------------	--------------------------------

AREA	$A = b \times h$
-------------	------------------

Triangolo: poligono formato da tre lati e tre angoli (è il poligono con il minor numero possibile di lati che si possa costruire).

- **Triangolo scaleno:** triangolo con tutti i tre lati di diversa misura (tre angoli con diversa ampiezza).

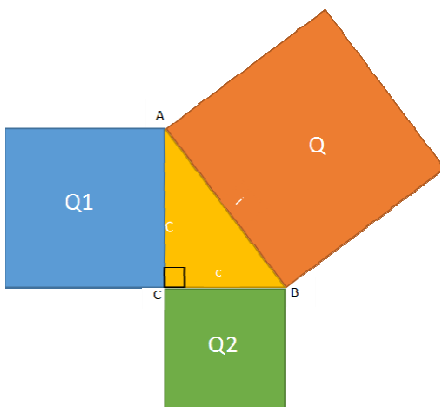
PERIMETRO	$2p = l_1 + l_2 + l_3$
AREA	$A = \frac{b \times h}{2}$

- **Triangolo rettangolo:** uno degli angoli interni è retto (90°). I due lati perpendicolari di un triangolo rettangolo vengono detti cateti, mentre il lato obliquo viene chiamato ipotenusa.
- **Triangolo isoscele:** due lati uguali, o equivalentemente due angoli uguali, ed un lato diverso (base).

PERIMETRO	$2p = b + 2l$
AREA	$A = \frac{b \times h}{2}$

- **Triangolo equilatero:** con tre lati uguali o equivalentemente con tre angoli uguali (60°).

PERIMETRO	$2p = b + 2l$
AREA	$A = \frac{b \times h}{2}$



TEOREMA DI PITAGORA:

In ogni **triangolo rettangolo** l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 \qquad \overline{AB} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2}$$

FORMULA DI ERONE: $A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$

Trapezio: quadrilatero con due lati paralleli (basi), e due lati

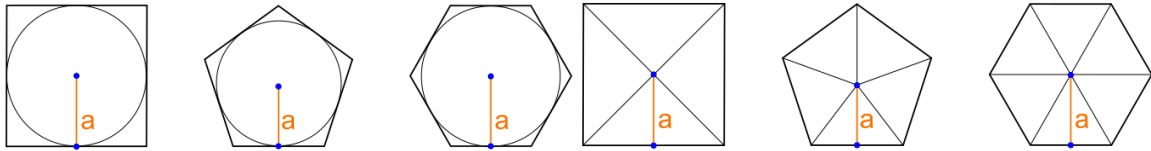
obliqui:

- Trapezio isoscele: un lato obliquo è perpendicolare alle basi;
- Trapezio rettangolo: i due lati obliqui sono congruenti e gli angoli adiacenti alle basi rispettivamente congruenti.

PERIMETRO	$2p = b + B + l_1 + l_2$
AREA	$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$

Poligono regolare: ha tutti i lati congruenti e tutti gli angoli sono congruenti.

- **Apotema:** raggio della circonferenza inscritta. Dato un qualsiasi poligono regolare con numero di lati maggiore di 3, lo possiamo dividere in triangoli isosceli uguali. L'altezza di questi triangoli è l'apotema.

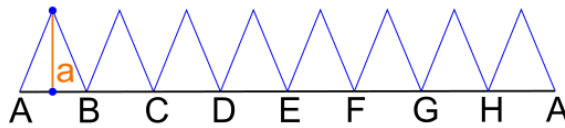


Il rapporto tra l'apotema ed il lato di un qualsiasi poligono regolare è costante e dipende solo dal numero di lati del poligono:

$$\frac{a}{l} = f \quad \text{dove } a \text{ è l'apotema e } f \text{ è il numero fisso (costante per ogni poligono)}$$

NB:
$$\text{apotema} = \frac{l}{2 \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

• Area:
$$A = \frac{2p \times a}{2}$$



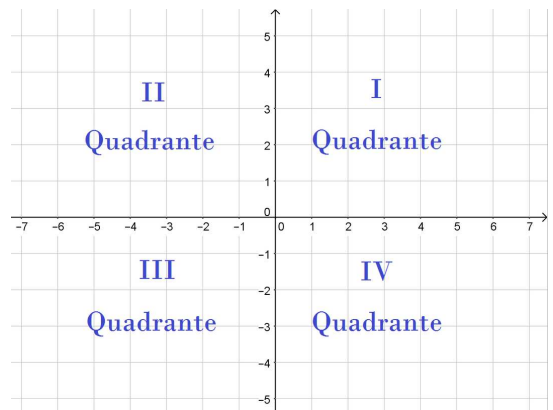
Circonferenza: luogo dei punti del piano equidistanti da un dato punto detto centro della circonferenza; il valore della distanza viene detto raggio.

Cerchio: parte di piano delimitata da una circonferenza.

DIAMETRO	$d = 2r$
CIRCONFERENZA	$2p = 2\pi r$ $2p = \text{diametro} \cdot \pi$
AREA	$A = \pi r^2$

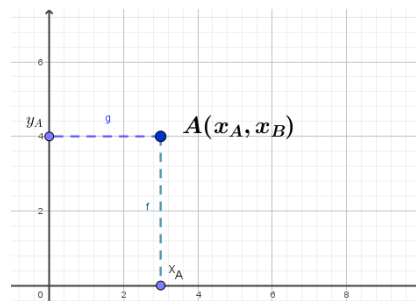
GEOMETRIA ANALITICA

Fissato un **sistema di assi cartesiani ortogonali** considerando due rette orientate e tra loro perpendicolari; chiamiamo tali rette **assi del riferimento** e il loro punto di intersezione **origine**. Stabilita un'unità di misura su entrambi gli assi, possiamo rappresentare un punto mediante una coppia ordinata di numeri reali.



Tale coppia di numeri viene detta **coordinate del punto**, il primo numero si chiama **ascissa** (proiezione lungo asse orizzontale) il secondo **ordinata** (proiezione lungo asse verticale).

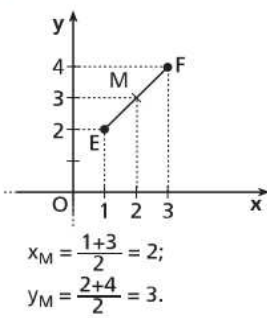
IDENTIFICAZIONE DI UN PUNTO NEL PIANO: $P(x_A; x_B)$



DISTANZA TRA DUE PUNTI:

- Distanza tra due punti con stessa ordinata: $\overline{AB} = |x_B - x_A|$
- Distanza tra due punti con stessa ascissa: $\overline{AB} = |y_B - y_A|$
- Caso generale: $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

► $E(1; 2), F(3; 4)$.



PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO:

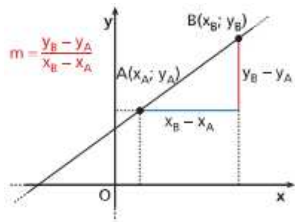
$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

EQUAZIONE DI UNA RETTA:

- Forma implicita: $ax + by + c = 0$ con $a, b, c \in R$ (a, b non entrambi nulli)
- Formula esplicita: $y = mx + q$
dove m è il coefficiente angolare e q è l'ordinata all'origine (offset).
- Rette note:
 - $y = x$ Bisettrice 1°-3° quadrante

- $y = -x$ Bisettrice 2°-3° quadrante
- $y = 0$ Asse x
- $x = 0$ Asse y

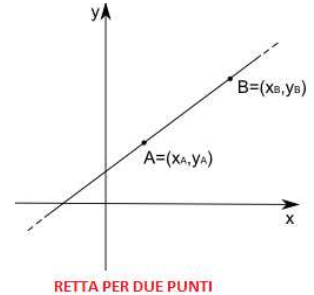


COEFFICIENTE ANGOLARE: rapporto tra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse di due punti distinti della retta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \left(-\frac{a}{b} \right)$$

NB: $m = \tan(\alpha)$

$$\alpha = \begin{cases} \arctan(m) \\ 90^\circ & \text{retta verticale} \end{cases}$$



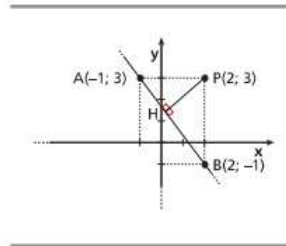
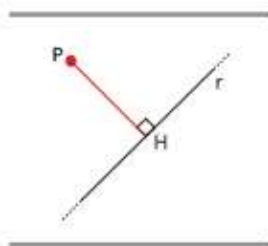
RETTA PASSANTE PER DUE PUNTI: $\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$

RETTA PASSANTE PER UN PUNTO E DI COEFFICIENTE ANGOLARE NOTO:

$$y - y_A = m \cdot (x - x_A)$$

DISTANZA PUNTO-RETTA:

$$d(P, r) = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



CONDIZIONE DI PARALLELISMO TRA DUE RETTE:

$$m_1 = m_2$$

CONDIZIONE DI PERPENDICOLARITÀ TRA DUE RETTE:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

FASCIO PROPRIO DI RETTE: insieme di tutte le rette passanti per un punto.

FASCIO IMPROPRIO DI RETTE: insieme di tutte le rette parallele ad una retta data.

