

# Criteri

I **criteri** rappresentano una **condizione necessaria e sufficiente**: l'ipotesi basta per garantire la tesi ma non viceversa. I criteri permettono quindi di stabilire il carattere di una serie, ovvero di determinare se essa è convergente o divergente.

## 1. Criterio del rapporto

Data una serie:  $\sum a_n$

Se:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} \right) < 1$  La serie  $\sum a_n$  converge.

Tale criterio si utilizza quando la serie comprende **esponenziali** o **fattoriali**.

## 2. Criterio del confronto

Data una serie:  $\sum a_n$

Se esiste un'altra serie  $\sum b_n$  tale per cui:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_n}{b_n} \right) \neq 0 \wedge < \infty$  La serie  $\sum a_n$  ha lo stesso **carattere** della serie  $\sum b_n$ .

## 3. Criterio dei due carabinieri

Data una serie:  $\sum a_n$  essa sarà:

- **Convergente**: se  $\exists \bar{n} : \forall n > \bar{n} \alpha_n \leq a_n \leq \beta_n$ . Ciò vuol dire che la serie è convergente se esiste un valore di  $n$ , tale per cui per tutti gli  $n$  successivi, la serie  $\sum a_n$  è compresa tra una minorante  $\alpha_n$  (ottenuta riducendo il numeratore o aumentando il denominatore) e una maggiorante  $\beta_n$  (ottenuta aumentando il numeratore o riducendo il denominatore);
- **Divergente**: se  $\exists \bar{n} : \forall n > \bar{n} \alpha_n \leq a_n$ . Ciò vuol dire che la serie è divergente se esiste un valore di  $n$ , tale per cui per tutti gli  $n$  successivi, la serie  $\sum a_n$  è maggiore tra una minorante  $\alpha_n$  (ottenuta riducendo il numeratore o aumentando il denominatore);

## 4. Criterio di Leibnitz

Data una serie nella forma:  $\sum (-1)^n \cdot a_n$  (a segni alterni) essa sarà **Convergente** se:

- $a_n$  è infinitesima ( $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ );
- $a_{n+1} < a_n$ : ciò vuol dire che  $a_n$  deve essere **decrescente**, perciò quando risulta difficile risolvere la disequazione conviene calcolare la **derivata** di  $a_n$  e dopo un certo valore in poi è **negativa** vuol dire che è decrescente.