Derivate

Lo studio delle derivate nasce dall'esigenza di determinare la **tangente** di una curva dato un punto.

Obbiettivo: Determinare la tangente di una funzione nel suo punto P.

$Q(X_0, f(X_0));$
$P(X_0+h, f(X_0+h));$

1. Si sceglie un punto (Q) sulla curva e si traccia una retta passante per P e Q;
2. Si determina il coefficiente della retta secante:
$$m = \frac{y_P - y_q}{x_p - x_q} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{(x_o+h) - x_0} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$
3. Si avvicina sempre di più P al punto Q in modo tale che $h \to 0$ e determiniamo il coefficiente angolare della retta ottenuta la quale corrisponde a quella tangente nel punto Q della funzione data;

$$m = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Esempio:

$f(x) = x^2$

$$m = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{x^2 + h^2 + 2xh - x^2}{h} = \frac{h(h+2x)}{h} = 2x$$

Si nota che la derivata della funzione dipende dall'ascissa. Infatti, il punto (x) corrisponde a quello in cui si vuole determinare la tangente alla funzione.

Per determinare la tangente alla funzione in Q(1,1):

$m = 2$

$y - y_0 = m(x - x_0) \qquad y - 1 = 2(x-1) \qquad y = 2x - 1$

Regole di derivazione

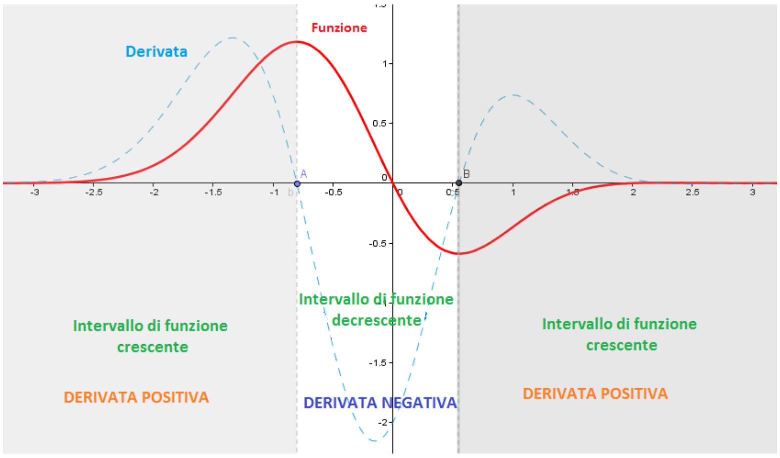
1. $D\ k = 0$
2. $D\ x = 1$
3. $D\ x^a = ax^{a-1}$ Rientrano in questo caso anche le radici
4. $D\ a^x = a^x \ln a$
5. $D\ e^x = e^x$
6. $D\ \log_a x = \frac{\log_a e}{x}$
7. $D\ \ln x = \frac{1}{x}$
8. $D\ sen\ x = \cos\ x$
9. $D\ \cos\ x = -sen\ x$

CALCOLO	DERIVATA
$f(x)+g(x)$	$f'(x)+g'(x)$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$[f(x)]^n$	$n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
$f(g(x))$	$f'(g) \cdot g'$

A cosa serve calcolare la derivata?

Determinare la derivata di una funzione permette di:

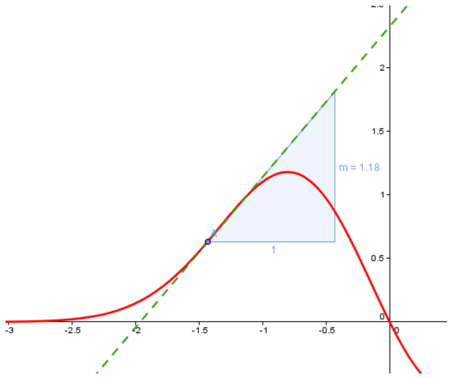
- trovare la tangente di una funzione in un suo punto;
- ***studiare l'andamento di una funzione***.



Funzione crescente:

Una ***funzione*** si dice ***crescente*** se all'aumentare della contro immagine(x), aumenta anche l'immagine(y).
Determinando la tangente in un punto in cui la funzione è crescente, si può notare che il suo **coefficiente angolare** (**m**) è ***positivo*** e ciò vuol dire che la derivata è positiva.

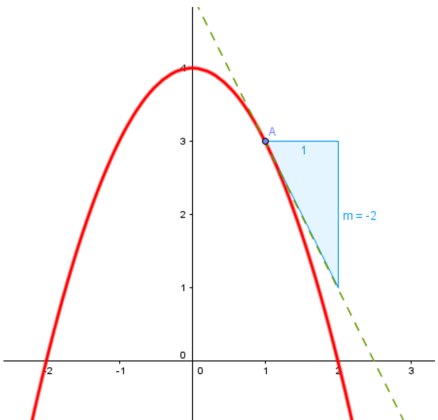
FUNZIONE CRESCENTE* = *DERIVATA POSITIVA



Funzione decrescente:

Una ***funzione*** si dice ***decrescente*** se all'aumentare della conto immagine (x), l'immagine (y) diminuisce. Determinando la tangente in un punto in cui la funzione è decrescente, si può notare che il suo ***coefficiente angolare*** (***m***) è ***negativo*** e ciò vuol dire che la derivata è negativa.

FUNZIONE DECRESCENTE* = *DERIVATA NEGATIVA



Punti Stazionari:

I ***punti*** in cui la ***funzione*** non cresce e non decresce vengono denominati **punti stazionari**; essi possono essere:

- massimi
- minimi
- flessi:
  - verticali
  - orizzontali
  - obliqui

Il massimo: in un intorno è l'ordinata in cui si verifica il valore più alto della funzione.
Il punto di massimo: l'ascissa in cui si verifica il massimo.
Il punto del massimo: (punto di massimo [x], il massimo [y]).
Il minimo: in un intorno è l'ordinata in cui si verifica il valore più basso della funzione.
Il punto di minimo: l'ascissa in cui si verifica il minimo.
Il punto del minimo: (punto di minimo [x], il minimo [y]).

FLESSI:

- **orizzontali:** funzioni esiste, la derivata fa 0 [positiva prima e dopo, negativa prima e dopo].
- **Verticali:** funzioni esiste, la derivata 1^a non esiste
- **Obliqui:** punto in cui la derivata 2^a fa 0.

Studio di funzioni

1. Fattorizzare e determinare i valori in cui si annulla la funzione.
   Fare lo ***schema dei segni***: in questo modo posso determinare gli intervalli in cui la funzione si sviluppa (asse y)
2. **Dominio**
3. Ricerca ***asintoti*** nei punti di frontiera della funzione (tale punto è da scartare nei polinomi)

Asintoto ***Orizzontale*** (se dominio illimitato)	$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \cos\tan te$
Asintoto ***Verticale***	$\lim_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$
Asintoto ***Obliquo*** (se dominio illimitato)	$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = c$ $q = \lim_{x\to\pm\infty} f(x) - mx$ $y = mx + q$

4. ***Derivata prima*** determinando:
   a. Massimi o minimi
   b. Flessi
   c. Cuspidi:
      se la ***derivata*** prima ***non esiste*** e la ***funzione non esiste***, bisogna calcolare il ***limite*** (della derivata prima) per x che tende in quel punto, se il risultato è ***+ o – infinito*** la funzione esce da quel punto ***verticalmente***, se il risultato è ***0*** la funzione esce da quel punto ***orizzontalmente***.
5. ***Derivata seconda***:
   a. Concavità della funzione
   b. Flessi obliqui